

LECCION 14. MINIZACIÓN DE COSTES

José L. Calvo



MINIMIZACION DE COSTES A LARGO PLAZO (resumen).

- Recta Isocoste.
- Formalización y Condición de Tangencia.
- Demanda condicionada de factores y la Función de Costes Totales a largo plazo.
- Senda de Expansión de la Producción.
- Factores Normales e Inferiores.
- Variaciones en el Precio relativo de los factores: Efecto Sustitución y Efecto Escala.
- Ejemplo.

MINIZACION DE COSTES A CORTO PLAZO (resumen).

- Senda de Expansión del Producto. Demanda del factor variable.
- Función de Costes Totales a corto plazo. Relación Costes Totales a corto y Costes Totales a largo plazo.
- Ejemplo.

CASOS ESPECIALES.

- Tecnología de Leontieff. (Factores Complementarios Perfectos).
- Factores Sustitutos Perfectos.

LARGO PLAZO. Recta Isocoste.

- Definición:

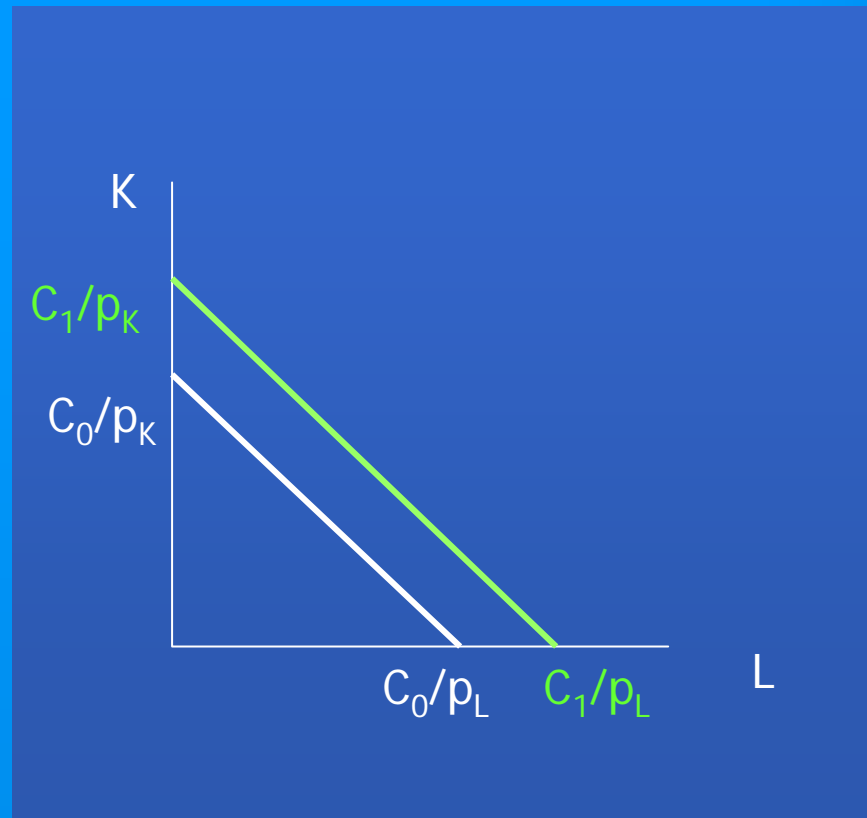
“Lugar geométrico de todas las combinaciones de factores que, para unos precios dados de éstos, cuestan lo mismo”.

- Expresión:

$$C = p_L L + p_K K;$$

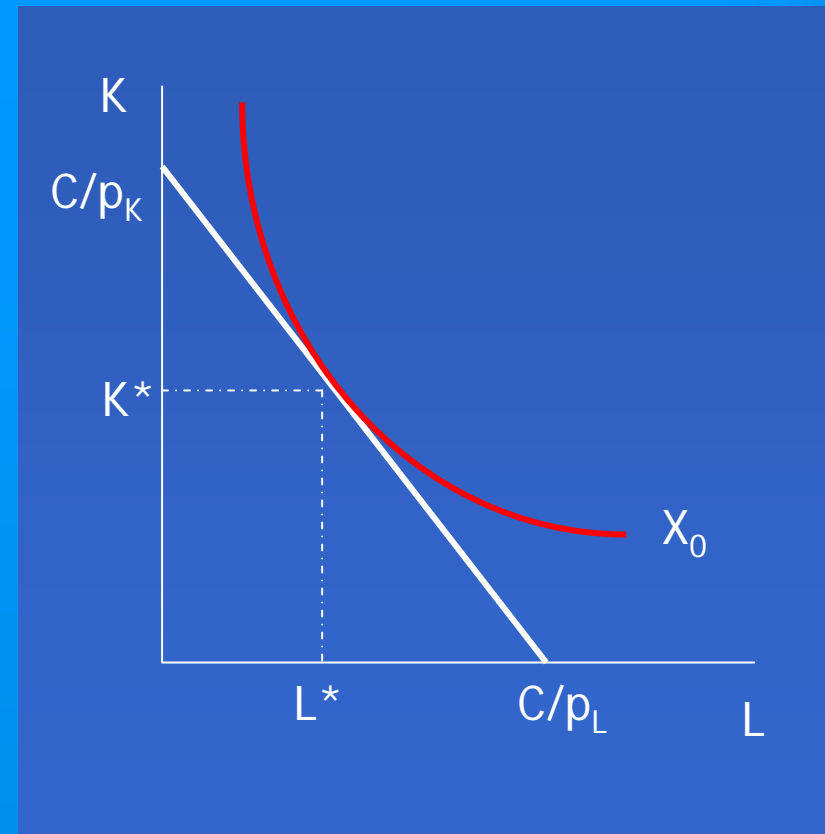
- Pendiente:

$$dK/dL = - p_L/p_K$$



LARGO PLAZO. Formalización y Condición de Tangencia.

- Objetivo:
Mínimo coste para un determinado nivel de producción.
- Formalización:
 $\text{Min. } C = P_L L + p_K K$
s.a. $X_0 = F(K, L)$
- Condición de Tangencia:
 $\text{PMg}L/\text{PMg}K = p_L/p_K$
Isocoste tangente a la isocuanta de X_0 .



LARGO PLAZO. Demanda condicionada de los factores y Función de costes

Las funciones de demanda de los factores dependen de los precios de éstos, y están condicionadas al nivel de producción.

$$L_D = L_D(p_L, p_K, X_0)$$

$$K_D = K_D(p_L, p_K, X_0)$$

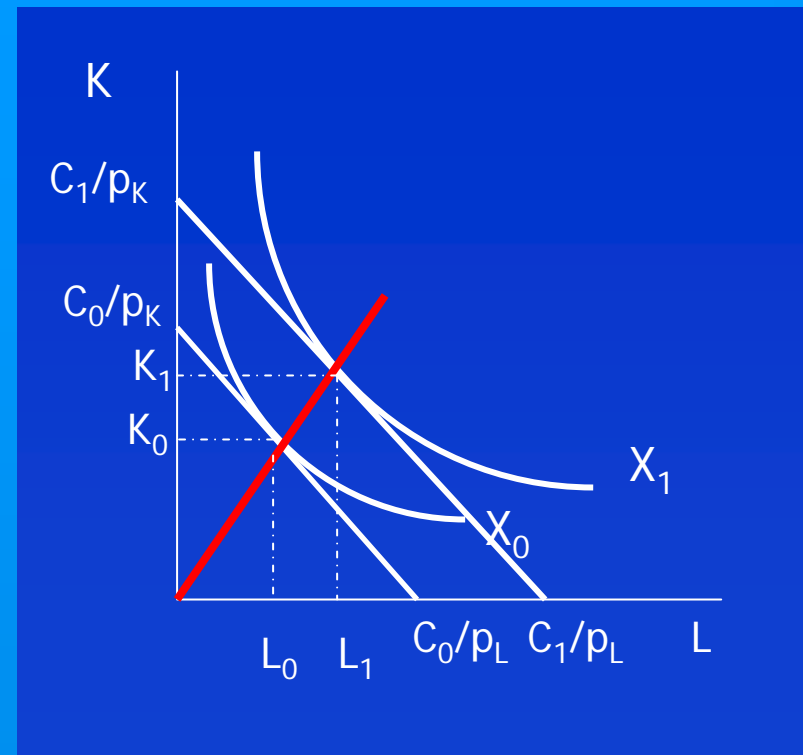
La función de costes a largo plazo es el coste mínimo asociado a cada nivel de producción.

$$CT(X) = p_L L_D(p_L, p_K, X) + p_K K_D(p_L, p_K, X) = CT(p_L, p_K, X)$$

LARGO PLAZO. Senda de Expansión de la producción.

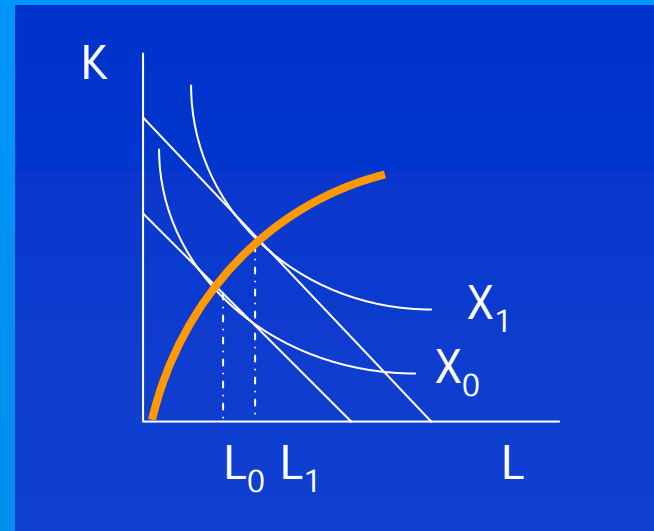
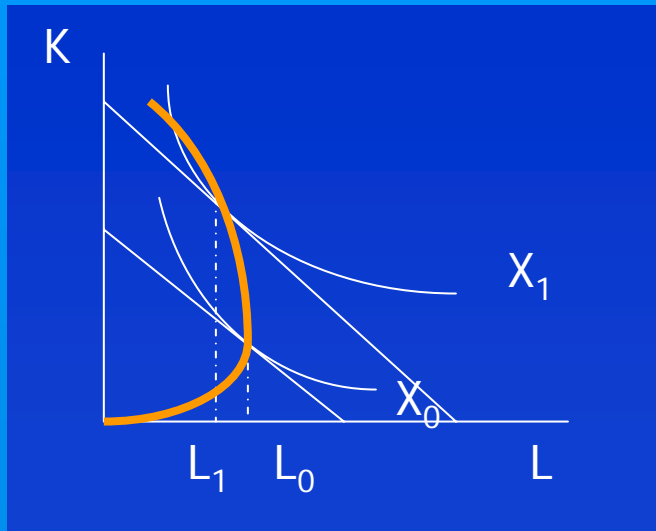
- Definición:

"Lugar geométrico de todas las combinaciones de factores que, para unos precios dados de éstos, minimizan los costes asociados a los diferentes niveles de producción.



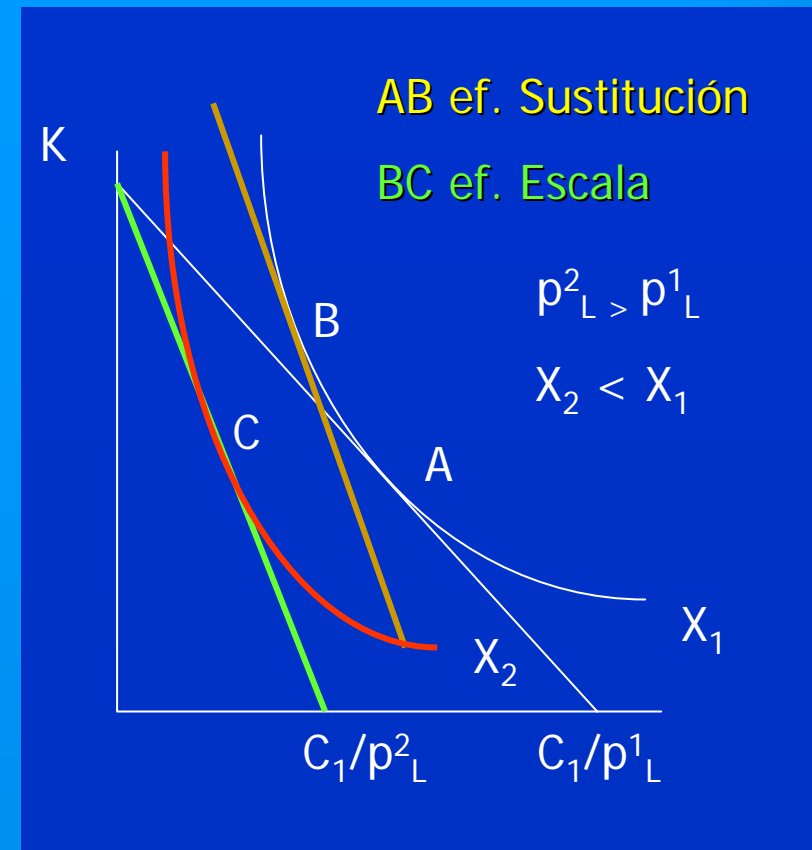
LARGO PLAZO. Factores Normales e Inferiores.

- **Factores Inferiores:** Su demanda decrece (crece) cuando aumenta (disminuye) el nivel de producto.
- **Factores Normales:** Su demanda crece (decrece) cuando aumenta (disminuye) el producto.
- L factor Inferior (a partir de L_0)
- L factor Normal



LARGO PLAZO. Variaciones en el precio relativo de los factores.

- La variación en el precio relativo de los factores provoca un efecto sustitución y un efecto escala.
- **Efecto sustitución:** Varía la cantidad demandada del factor manteniendo el nivel de producción. Siempre es no positivo.
- **Efecto escala:** Variación en la cantidad demandada del factor ante cambios en el nivel de producción, manteniendo constante el coste. Es negativo para factores normales y positivo para factores inferiores.



LARGO PLAZO. Ejemplo.

$$\text{Min. } C = p_L L + p_K K$$

$$\text{s.a. } X_0 = KL$$

- Condición de Tangencia:

$$P_L/p_K = K/L$$

- Demandas condicionadas:

$$L = ((p_K/p_L) X_0)^{1/2}$$

$$K = ((p_L/p_K) X_0)^{1/2}$$

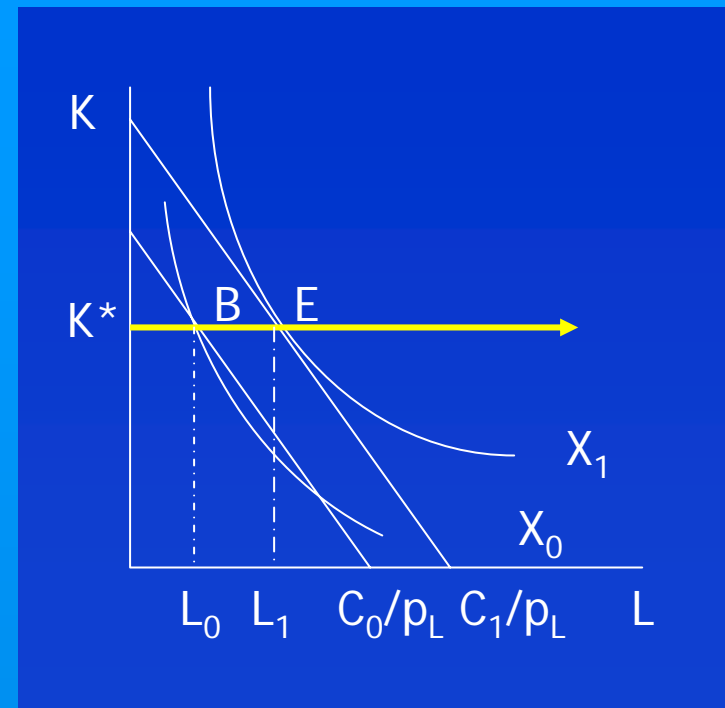
- Función de Costes:

$$CT = p_L ((p_K/p_L) X_0)^{1/2} + p_K ((p_L/p_K) X_0)^{1/2} = 2(p_K p_L X)^{1/2}$$

CORTO PLAZO. Senda de Expansión de la producción. Demanda del factor variable.

- En el corto plazo el capital está dado ($K = K^*$) y la senda de expansión se realiza sobre la línea K^* .
- La demanda de trabajo no depende de los precios de los factores, sino del producto:

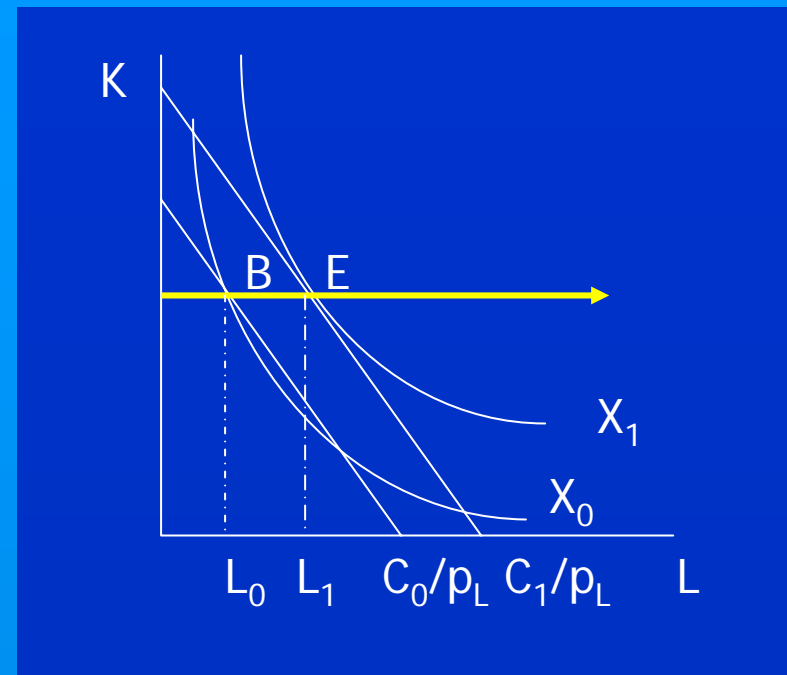
$$L_D = L(X)$$



CORTO PLAZO. Función de Costes Totales.

Relación entre Costes Totales a corto y Costes Totales a largo plazo.

- $CT_C(X) = p_K K^* + p_L L(X)$
- En general los Costes Totales a corto son mayores que los Costes Totales a largo, y sólo coincidirán cuando K^* sea el stock de capital óptimo idéntico al que surge de la minimización de costes a largo plazo.
- Sólo en **E** los Costes Totales a corto = Costes Totales a largo.



CORTO PLAZO. Ejemplo.

CORTO PLAZO

- Función de producción: $X = KL$
- Stock de capital: $K^* = 5$
- Demanda del factor variable:
 $L = X/5$
- Función de Costes a corto plazo:
 $CT_C = p_L X/5 + p_K 5$

LARGO PLAZO

- Función de producción: $X = KL$
- Demanda de factores:
 $L = (p_K/p_L)^{1/2} X^{1/2}$; $K = (p_L/p_K)^{1/2} X^{1/2}$
- Función de costes a largo plazo:
 $CT_L = 2 (p_L p_K)^{1/2} X^{1/2}$

RELACION ENTRE LOS COSTES A CORTO Y LARGO PLAZO

$$X = 16; p_K = p_L = 1 \Rightarrow CT_C = 5 + 16/5 = 41/5 > CT_L = 8$$

$$X = 25; p_K = p_L = 1 \Rightarrow CT_C = 5 + 25/5 = 10 = CT_L = 10$$

$$X = 36; p_K = p_L = 1 \Rightarrow CT_C = 5 + 36/5 = 61/5 > CT_L = 12$$

Tecnología de Leontieff.

- Formalización:

$$\text{Min. } C = p_L L + p_K K$$

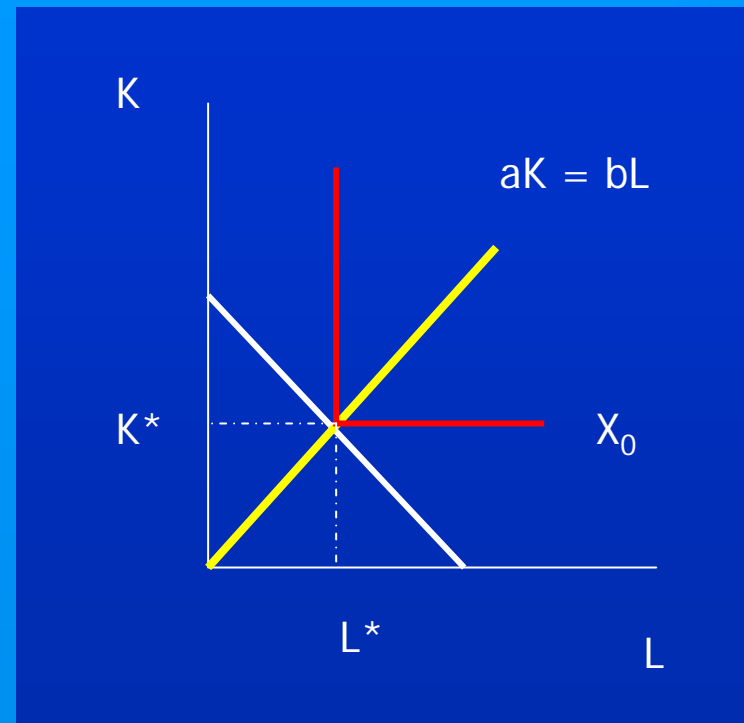
$$\text{s.a. } X = \min\{aK, bL\}$$

- Demandas condicionadas:

$$K = X/a; L = X/b$$

- Función de Costes a largo:

$$CT = X(p_K/a + p_L/b)$$



Factores Sustitutos Perfectos.

- Formalización:

$$\text{Min } C = p_L L + p_K K$$

$$\text{s.a. } X = aK + bL$$

- Demandas condicionadas y función de Costes.

1. $b/a > p_L/p_K; X = bL; CT = p_L X/b$

2. $b/a < p_L/p_K; X = aK; CT = p_K X/a$

$$CT = \min\{p_K X/a, p_L X/b\}$$

